

Die Genauigkeit der Groma

Untersuchungen zur Genauigkeit und zur tatsächlichen Praxistauglichkeit

von Jürgen Schulz am 11.11.2010 und 10.03.2011

In seinem Beitrag „Die Groma – das genial einfache Winkelkreuz der römischen Landmesser“, VDVmagazin 5/2010, weist Klaus Grewe zu Recht darauf hin, dass „die römische Vermessungstechnik sich sowohl in der Streckenmessung, als auch in der Höhen- und Winkelmessung durch einfache Gerätschaften und gleichermaßen einfache Handhabung der dazu entwickelten Geräte auszeichnete“. Insbesondere für die Absteckung des rechten Winkels, der bei jedem Hausbau unverzichtbar ist, wurde ein Gerät verwendet, das „praktisch zur Grundausrüstung der römischen Landvermesser“ gehörte und „fast als römisches Allerweltsgerät“ bezeichnet werden „könnte“. Dieses Gerät war die Groma. Sie war das Absteckungsgerät für rechte Winkel in römischer Zeit und damit vergleichbar mit dem heute noch gebräuchlichen Winkelprisma.

Wie wurden mit der Groma rechte Winkel abgesteckt? Grewe beschreibt das in seinem Aufsatz ausführlich. Zunächst ist eine Basis zu definieren, von der aus anschließend rechte Winkel abgesteckt werden sollen. Die Groma ist zu diesem Zwecke entweder exakt auf einem Endpunkt dieser Basis aufzubauen oder genau in der Achsenflucht der durch Anfangs- und Endpunkt definierten Basis.

Die Orientierung der Groma erfolgt dadurch, dass zwei diagonal gegenüberliegende Lotschnüre genau in die Achsflucht der Basis gedreht werden. Die beiden anderen Lotschnüre zeigen dann die Richtung des rechten Winkels zur Basis an, sodass über die Visierlinie dieser Lotschnüre der rechte Winkel in die Örtlichkeit übertragen werden kann.

Da eine Groma und auch sonst alle von Menschenhand hergestellten Messgeräte nie fehlerfrei hergestellt werden können, ist auch der rechte Winkel im Schnittpunkt der Groma-Achsen zwangsläufig fehlerbehaftet. Dieser unvermeidliche Winkelfehler kann nur durch eine zweite Messung mit demselben Fehler, aber mit unterschiedlichem Vorzeichen, vollständig kompensiert werden. Hierzu muss das Winkelkreuz um 90° gedreht und der Messvorgang wiederholt werden. Auf diese Weise werden also zwei unterschiedliche Punkte örtlich abgesteckt. Da der Abstand zwischen diesen beiden Punkten die Auswirkung des doppelten Absteckungsfehlers darstellt, ist diese Strecke zu halbieren. Der Halbierungspunkt ist dann der vom Gerätefehler (Zielachsfehler) befreite rechte Winkel zur Basis. Bei entsprechender Sorgfalt war auf diese Weise – wie Grewe völlig zu Recht darlegt – „eine **fast fehlerfreie Messung möglich**.“

Grewe weist anschließend noch auf eine weitere Fehlermöglichkeit hin, die darin bestand, dass „... die Wiederholungsmessung versehentlich über dieselben Lotschnüre durchgeführt werden konnte), die schon bei der ersten Messung verwendet worden

waren.“ Da man sich offenbar durch die unterschiedliche Form der Lote eines Lotpaares dieser Fehlermöglichkeit bewusst war und immer nur die paarweise zu einer Viererlinie gehörenden Lote verwenden durfte, konnte bei bedachtsamer Handhabung auch dieser weitere mögliche Fehler vermieden werden.

Weitere Fehlermöglichkeiten werden von Grewe leider nicht angegeben. Damit wird dem unkundigen Leser suggeriert, wenn nur mit der nötigen Sorgfalt alle zuvor besprochenen Punkte beachtet werden, sei das Messen mit der Groma fehlerfrei. Man könnte meinen, dass durch das Ausschließen auch dieser letzten von Grewe benannten Fehlermöglichkeit sich die zuvor nur „**fast** fehlerfreie Messung“ damit zugleich in eine **fehlerfreie Messung** verwandelt!

Die Groma diene ausschließlich zur Absteckung rechter Winkel. Sie war damit ein Vorläufer des heutigen Winkelprismas, mit dem ebenfalls schnell und bequem rechte Winkel im **Nahbereich** abgesteckt werden konnten. Jede Anwendungsmöglichkeit darüber hinaus, wie sie von Grewe angeführt wurde, ist jedoch nur eingeschränkt oder nicht praxistauglich. Insofern sind Grewes Ausführungen z. T. irreführend.

Die Genauigkeit der Groma reichte für die Gebäudeabsteckung aus. Bei der Anlage von kleineren Marschlagern, die nur vorübergehend genutzt werden sollten, war das vermutlich auch der Fall. Bei großflächigeren Vorhaben wird dieses Verfahren jedoch schnell an seine Grenzen gestoßen sein. Insbesondere dann, wenn größere Landaufteilungen und die Absteckung von Straßenachsen bei Städteanlegungen vorgesehen waren, die nicht nur vorübergehend angelegt werden, sondern dauerhaften Charakter haben sollten und deshalb bestmöglich durchgeführt werden mussten. Hierfür konnte die Groma keine Anwendung mehr finden, weil ihre Präzision einfach zu gering war und sich ihr Einsatz dadurch verbot.

In seiner zusammenfassenden Wertung lobt Grewe bei der Groma „*Die Art der Anwendung einfacher Mittel zur Erzielung größtmöglich präziser Ergebnisse ...*“ und suggeriert damit erneut dem nicht fachkundigen Leser ein einfaches vermessungstechnisches Winkelmessgerät mit „**größtmöglicher Präzision**“!

So einfach, wie Grewe es in seinem Beitrag darstellt, ist es tatsächlich nicht!

Weil Grewe leider nur die Theorie berücksichtigt, kommt die Praxis notwendigerweise zu kurz. Somit vermittelt sein Beitrag nur die halbe Wahrheit mit der Folge, dass seine Genauigkeitsaussage über die Groma **nur eingeschränkt richtig ist**, und dem unbefangenen Leser hierdurch ein falscher Eindruck von der tatsächlichen Leistungsfähigkeit der Groma vermittelt wird. Nachfolgend soll daher zunächst die entscheidende andere Hälfte theoretisch dargelegt und anschließend durch Untersuchungen und Testmessungen in der Örtlichkeit die tatsächliche Praxistauglichkeit der Groma durch empirische Messdaten ermittelt werden.

Die Ergebnisse einer Vermessung können nur so genau oder präzise sein, wie es die Ausgangsdaten waren oder in diesem Falle die Ausgangslage war. Die Ausgangslage war hier der Aufbau der Groma selbst, d. h. jeweils zwei sich gegenüberliegende Lotschnüre, an deren Enden jeweils ein Lot hing, die dazu dienten, die Lotschnüre in die Lotrichtung und damit in eine Senkrechte zur Erdoberfläche einzupendeln. Diese Lotschnüre befanden sich lt. Angaben aus Wikipedia bei der Groma von Pompeji „vom Drehpunkt aus je 46 cm entfernt“, d. h. der Abstand zwischen den Schnüren über die zu fluchten war betrug lediglich **0,92 m!**

Der optimale Zustand eines derartigen Vermessungsgerätes (Groma) zur Erzielung bestmöglicher Ergebnisse wäre:

1. unendlich dünne Lotschnüre (Durchmesser = 0), die aber trotzdem für das menschliche Auge aus einer Entfernung von 2 bis 3 m noch ein exaktes Fluchten ermöglichen,
2. absolut in Ruhe befindliche sich gegenüberliegende Lotschnüre.

Diese Idealbedingungen sind nie erreichbar, weil die Realität anders aussieht. Es gibt keine unendlich dünnen Lotschnüre. Lotschnüre benötigen eine gewisse Festigkeit und haben in der Praxis eine Stärke von ca. 1 mm. Über derartige Schnurstärken lässt sich zwar noch gut fluchten, aber längst nicht so gut wie im theoretischen Idealfall!

Da es auch keine freischwingenden und zugleich in Ruhe befindlichen Lote gibt, sind exakt lotrechte und zugleich in Ruhe befindliche Lotschnüre ebenfalls nicht möglich!

Freischwingende und sich in die Ideallage einpendelnde Lote stellen physikalisch eine gedämpfte Schwingung dar, die sich asymptotisch der Ideallage = 0 annähert, aber diese nie, d. h. erst im Unendlichen erreicht. Bei einer praktischen Vermessung, die zu einem bestimmten Zeitpunkt fertiggestellt sein soll, ist die Auspendelzeit daher auf eine kurze Dauer begrenzt. Wenn aber nicht nur eine einzige Messung, sondern viele derartige Messungen vorzunehmen sind, werden durch das Verdrehen des Winkelkreuzes um 90° die Lote bei jedem neuen Messvorgang unweigerlich in neue Bewegungen gesetzt, die alle wieder zur Ruhe kommen müssen.

Wenn nun noch Windeinflüsse von wechselnden Winden hinzukommen (und das wird der Regelfall sein) dann kann davon ausgegangen werden, dass

1. die Lote und damit die Lotschnüre nie wirklich zur Ruhe kommen und
2. die sich gegenüberliegenden Lote und Lotschnüre auch nie im Gleichklang, sondern immer in unterschiedlichen Richtungen und mit unterschiedlicher Amplitude pendeln werden.

Dass sich mit derartigen Vermessungsvoraussetzungen keine allzu hohen Genauigkeiten erreichen lassen, versteht sich von selbst.

Um trotzdem den schädlichen Einfluss möglichst gering zu halten, könnte bei der Groma nur versucht werden, möglichst **hoch**, d. h. knapp unterhalb der Lotschnur-

aufhängung, wo sich die schädlichen Bewegungen der Lotschnur nur minimal auswirken, zu fluchten. Die Fluchtstange des in einiger Entfernung stehenden Gehilfen müsste dann aus analogem Grunde möglichst **tief** eingefluchtet werden.

So vorteilhaft Lotschnüre wegen ihrer Flexibilität auch sind, so unzweckmäßig sind sie, wenn es um möglichst präzises Fluchten geht. Nicht ohne Grund wurden daher zum präzisen Fluchten die hierzu besser geeigneten starren Fluchtstäbe verwendet!

Der entscheidende Fehlereinfluss jedoch, der auch durch eine zweite Messung nicht eliminiert werden kann, wurde bisher noch gar nicht angesprochen. Er resultiert allein aus dem Versuch, über eine relativ kurze Ausgangsbasis von nur 0,92 m einen weit entfernten Punkt abzustecken. Eine derartige Verfahrensweise ist im Vermessungswesen **unzulässig!**

Warum?

Weil sich die oben besprochenen Ungenauigkeiten der kurzen Basis mit zunehmender Entfernung immer stärker auswirken!

Unterstellen wir für die Ausgangsbasis von 0,92 m einen Gesamtfehlerinfluss von nur ± 2 mm, dann wird sich dieser Wert bei einer Entfernung von 30 m auf das 32,6-fache ($30 \text{ m} : 0,92 \text{ m} = 32,6$) also auf $\pm 6,52$ cm, bei 60 m auf das 65,2-fache, also auf $\pm 13,0$ cm, bei 100 m auf das 108,7-fache, also auf $\pm 21,7$ cm, bei 200 m auf das 217,4-fache, also auf $\pm 43,5$ cm, bei 400 m auf das 434,8-fache, also auf $\pm 87,0$ cm und bei 1000 m auf das 1.087-fache also bereits auf $\pm 2,17$ m erhöhen!

Deshalb stellt diese Verfahrensweise einen eklatanten Verstoß gegen einen wichtigen Grundsatz des Vermessungswesens dar, der da lautet:

Niemals vom Kleinen ins Große, sondern immer vom Großen ins Kleine!

Aus diesem Grunde ist das Abstecken mit der Groma auf den Nahbereich von ca. 30 m beschränkt, weil sich dort die Fehlereinflüsse noch in vertretbarer Größe bewegen. Bei großflächigeren Anwendungen wie Anlegung von Städten etc. konnten die Römer selbstverständlich zunächst **näherungsweise** mit der Groma die Richtung u n g e f ä h r festlegen. Danach aber musste, wenn ein exakter rechter Winkel großflächig und präzise abzustecken war, anders verfahren werden. Hierfür war der **Satz des Pythagoras*** ein absolutes Muss! Es ist kaum vorstellbar, wenig glaubhaft und daher nicht überzeugend, dass ausgerechnet die sonst so pragmatischen Römer das nicht gewusst haben sollen.

Untersuchungen in der Örtlichkeit zum Nachweis der tatsächlichen Praxistauglichkeit der Groma

Vorarbeiten

Der Aufbau der Groma wurde in Grewes Beitrag beschrieben und zeichnerisch dargestellt. Nach dieser Vorlage wurde von mir eine Groma nachgebaut (Bild 1).

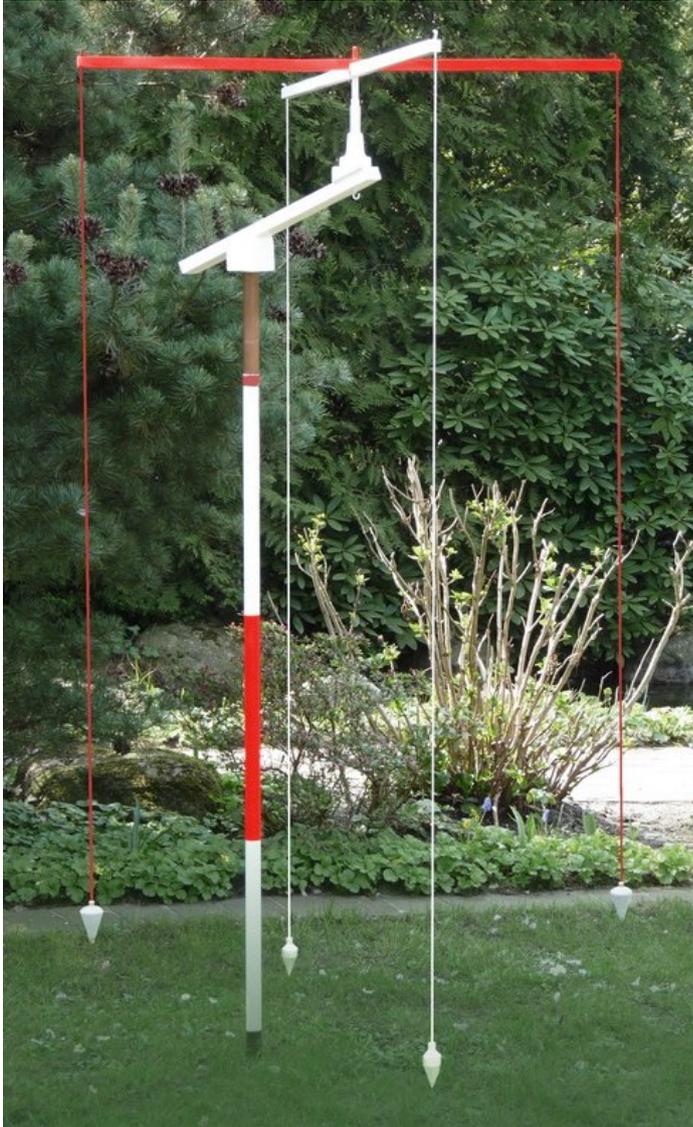


Bild 1

Zur Untersuchung der Genauigkeit, die bei Einsatz einer Groma erreicht werden kann, war ein großflächiges und möglichst horizontales Gelände erforderlich. Als geeignetes Testgelände wurde das Grundstück von Heinrich Mehrholz, Aschen/Diepholz, ausgewählt, weil hier Genauigkeitsuntersuchungen (günstige Witterungsbedingungen vorausgesetzt) auf Strecken bis ca. 800 m Länge möglich gewesen wären. Obwohl eine relativ stabile Wetterlage bestand und die Wetterprognose am Abend für den Folgetag günstige Bedingungen erwarten ließ, lagen am 02.03.2011, dem Tage der Testmessungen, leider doch nicht so gute Bedingungen vor, wie noch am Vortage erhofft werden konnte.

Um 9 Uhr lag noch leichter Dunst über der Fläche des Testgeländes. In der Hoffnung, dass sich der Dunst mit zunehmender Sonnenhöhe auflösen würde, wurde zunächst bei ca. 800 m ein Stativ mit Reflektor aufgebaut und eine besonders gut leuchtende neue Fluchtstange in der Nähe ausgesteckt, in welcher Richtung später die 800 m festgelegt werden sollten.

Vom Ausgangspunkt, dem vorgesehenen Groma-Standpunkt aus, wurde anschließend überprüft, ob das Stativ oder die Leuchtstange mit bloßen Augen sichtbar waren. Das war nicht der Fall. Dunstschwaden verhinderten noch jede Sicht. Nach Aufbau eines weiteren Statives mit elektronischem Tachymeter in der Nähe des Ausgangspunktes wurde dann versucht, das zuvor bei ca. 800 m aufgebaute Stativ überhaupt ausfindig zu machen. Auch das gelang nicht auf Anhieb. Zwischenzeitlich trieb der nicht unerhebliche Wind die Dunstschwaden auseinander, so dass dann doch, wenn auch nur für kurze Augenblicke, das aufgebaute Stativ sichtbar wurde und angemessen werden konnte. Nachdem das gelungen war, ließ ich mich vom Tachymeter-Beobachter in Richtung der Leuchtstange auf exakt 800,00 m einweisen. Dort wurde dann die Fluchtstange F3 als Endpunkt ausgesteckt. Auf dem Rückwege zum Ausgangspunkt wurde der Endpunkt der Bezugsachse (Hauptachse 1) festgelegt, indem die auf dem Tachymeter-Standpunkt ermittelte Richtung zur Fluchtstange F3 um 100 gon vermindert wurde und der Tachymeter-Beobachter mich mit dieser Richtungseinstellung einwies. Nach erfolgter Festlegung dieses Punktes P2 wurde dieser sofort aufgemessen und für die spätere Anzielung mit der Groma mit der Fluchtstange F2 signalisiert. In der Flucht vom Tachymeter-Standpunkt in Richtung auf F2 wurde dann der Groma-Standpunkt P1 festgelegt, markiert und ebenfalls aufgemessen. Die Strecke P1- P2 war die Ausgangsbasis oder die Hauptachse 1. Die Hauptachse 2 verlief dann streng rechtwinklig zur Hauptachse 1 und durch den Groma-Standpunkt P1.

Nach Aufbau der Groma über Punkt P1 wurden dann fünf weitere Abschnitte, in denen Detailuntersuchungen beabsichtigt waren, derart festgelegt, dass diese von P1 aus in Richtung F3 mit folgenden Abständen ausgewählt wurden:

Abschnitt 1: bei 30 m,
Abschnitt 2: bei 60 m,
Abschnitt 3: bei 100 m,
Abschnitt 4: bei 200 m,
Abschnitt 5: bei 400 m.

Aus fehlertheoretischen Gründen sollten in jedem Abschnitt elf Absteckungen mit der Groma erfolgen, so dass unter Berücksichtigung der um 90° veränderten 2. Absteckung in jedem Abschnitt 11 Punktpaare und somit 22 Punkte abzustecken waren.

Praktische Durchführung der einzelnen Messungen:

Mit der Groma auf dem Ausgangspunkt P1 stehend musste zunächst die erste (rote) Groma-Achse mit roter Lotschnur (GA1) so präzise wie möglich auf die Ausgangsbasis P1 - P2 (wobei P2 mit F2 signalisiert war) ausgerichtet werden. Hierzu musste zunächst eine Grobausrichtung erfolgen. Nachdem die Lote bestmöglich zur Ruhe gekommen waren, konnte die vorsichtige Feinausrichtung in Richtung F2 erfolgen. Anschließend war dann über die weißen Lotschnüre der zweiten (weißen) Groma-Achse (GA2) der erste Punkt im Abschnitt 1 bei 29,0 m einzuweisen und mit einem Kegel (K1) zu markieren. Danach erfolgte die Verdrehung der Groma-Achse um 90°, erneute Ausrichtung jetzt der weißen Achse (GA2) auf die Fluchtstange F2 in der zuvor beschriebenen Weise. Nachdem die Lote bestmöglich zur Ruhe gekommen waren, konnte die weitere Einweisung des zweiten Punktes jetzt über die rote Achse (GA1) ebenfalls bei 29,0 m, erfolgen. Dieser Punkt wurde mit dem Kegel (K2) markiert. In analoger Weise wurden dann die weiteren Punktpaare 3/4 bei 29,2 m, 5/6 bei 29,4 m, 7/8 bei 29,6 m usw., bis 21/22 bei 31,0 m abgesteckt und mit den Kegeln K3 bis K22 markiert.

Es versteht sich von selbst, dass sowohl bei der Ausrichtung der Groma-Achse GA1 auf die Ausgangsachse P1- P2 als auch bei der anschließenden Absteckung des rechten Winkels über die Groma-Achse GA2 sich die größte Mühe gegeben wurde. Für das Erreichen einer bestmöglichen Genauigkeit war das zwingende Voraussetzung. Trotz dieser Bemühungen konnte jedoch weder eine fehlerfreie Ausrichtung der Groma-Achse GA1 auf die Ausgangsachse P1- P2 noch eine fehlerfreie Absteckung über die Achse GA2 erwartet werden.

Bedingt durch die Unvollkommenheit der menschlichen Sinne, aller von Menschenhand hergestellten Werkzeuge und Messgeräte sowie die Unkontrollierbarkeit aller während der Messung vorhandenen Randbedingungen, ist das nicht möglich mit der Folge, dass alle diese Einstellungen und Einweisungen mit unregelmäßigen und zufälligen Fehlern behaftet sind. Die Summe dieser Fehler beeinflusst unweigerlich das Ergebnis jeder einzelnen Messung.

Um das Absteckungsergebnis nicht noch mit unnötigen weiteren derartigen Fehlern zu belasten, wurde auf die aufwendige und fehleranfällige örtliche Mittelbildung zwischen den Punkten 1/2, 3 /4, ... bis 21/ 22, verzichtet. Stattdessen wurden alle Punkte elektronisch aufgemessen und in häuslicher Bearbeitung aus den hieraus ermittelten Koordinaten die jeweilige Mittelbildung rechnerisch vorgenommen.

Die jeweiligen Mittelbildungen stellen zwar die vom Zielachsfehler befreiten Absteckungspunkte dar. Sie sind deshalb jedoch keineswegs auch von den unregelmäßigen und zufälligen Fehlern befreit. Die bei Durchführung der Messung (Einstellung der 1. Groma-Achse auf die Ausgangsrichtung und anschließend Absteckung des ersten Punktes über die 2. Groma-Achse) unvermeidlichen unregelmäßigen und zufälligen Fehler sind noch vollständig in jedem einzelnen der abgesteckten Punkte enthalten.

In analoger Weise und immer vom unveränderten Groma-Standpunkt P1 aus erfolgten dann die weiteren Absteckungen und Aufmessungen der Punkte 23 bis 44 im Abschnitt 2 (bei 60 m), der Punkte 45 bis 66 im Abschnitt 3 (bei 100 m), der Punkte 67 bis 88 im Abschnitt 4 (bei 200 m) und der Punkte 89 bis 110 im Abschnitt 5 (bei 400 m). Weitere Sichtverhältnisse darüber hinaus waren an diesem Tage leider nicht möglich, so dass auf den vorbereiteten Abschnitt 6 (bei 800 m) leider verzichtet werden musste.

Da die Basispunkte (Groma-Standpunkt P1 und der mit F2 signalisierte Punkt P2) auch elektronisch aufgemessen waren, konnte in häuslicher(rechnerischer Bearbeitung) die zu dieser Basis senkrecht verlaufende Hauptachse 2, die zugleich durch den Groma-Standpunkt P1 verläuft, ebenfalls rechnerisch gebildet werden.

Die nach Mittelbildung aus den einzelnen Punktpaaren gebildeten und vom Zielachsenfehler befreiten eigentlichen Absteckungspunkte mussten dann rechnerisch zu der Hauptachse 2 in Beziehung gebracht werden, weil diese die exakte Lage aller von der Hauptachse 1 mit der Groma rechtwinklig abzusteckenden Punkte darstellt, und sie damit die Solllage aller abgesteckten Punkte ist. Hierbei beachte man, dass mit den „abgesteckten Punkten“ jetzt nur noch diejenigen gemeint sind, welche durch Mittelbildung aus den jeweiligen Punktpaaren entstanden sind.

Die Lage der abgesteckten Punkte (Istlage) in Bezug auf die Hauptachse 2 (Solllage) stellt also die Abweichungen vom Sollwert dar. Sie ist, wenn man den einzelnen Punkt betrachtet, somit ein Maß für die Groma-Genauigkeit an dieser Stelle.

In jedem Abschnitt wurden jedoch elf Punkte abgesteckt, die zwar einzeln betrachtet werden können, aber auch in ihrer Gesamtheit betrachtet werden sollen, weil das Mittel aus elf Messungen eine wesentlich höhere Genauigkeit, aber zugleich auch eine größere Aussagekraft besitzt als eine Einzelmessung. Deshalb wurde in jedem Abschnitt neben dem mittleren Fehler der Einzelmessung auch das Mittel aus allen elf Abweichungen und auch der mittlere Fehler dieses Mittels gebildet und diese Werte als repräsentativ für den Gesamtabschnitt unterstellt. Durch den Vergleich der fünf repräsentativen Mittel untereinander, ihrer mittleren Fehler in den einzelnen Abschnitten, wie auch der Vergleich derselben zum Sollwert, lässt nun eine auf praktische Messergebnisse gestützte Leistungsfähigkeit der Groma zu.

Die Anlage 1 im Maßstab 1: 1700 ist eine Gesamtübersicht des Testbereiches. Sie enthält durch fünf rote Kreise hervorgehoben die Stellen der Testabschnitte. Wenn hierin maßstabsbedingt auch wenig zu erkennen ist, so wird bereits hierin deutlich, dass sich bei zunehmender Entfernung vom Ausgangspunkt die Streuung der Messergebnisse von der Achse ebenfalls deutlich vergrößert. Während im ersten Abschnitt, bei 30 m, die abgesteckten Punkte noch nahezu vollständig innerhalb des Striches der Hauptachse 2 liegen, treten sie bei 60 m schon erkennbar hervor. Noch deutlicher ist das bei 100 m der Fall. Bei 200 m sind sogar die Einzelpunkte erkennbar, die bereits überwiegend außerhalb des Achsenstriches liegen, und bei 400 m er-

kennt man zwei getrennte Punktwolken in deutlichem Abstand links und rechts des Achsenstriches.

Zur genaueren Betrachtung wurden die Einzelabschnitte in den Anlagen 2 – 6 detaillierter angegeben. Hier sind dargestellt:

- die Basis (Hauptachse 1) und die dazu rechtwinklig verlaufende Hauptachse 2 als **dicke schwarze durchgezogene Linien**
- die mit der Groma tatsächlich abgesteckten Punkte (die äußeren **größeren schwarzen Kreise**)
- das Mittel des jeweiligen schwarzen Punktpaares (*der zwischen den größeren schwarzen Kreisen befindliche kleinere rote Kreis*)
- die Lage des Mittels aus allen roten Kreisen des jeweiligen Abschnitts als durchgezogene **rote Linie**, die parallel zur schwarzen Hauptachse 2 verläuft
- die vom Groma-Standpunkt P1 mit 0,0 beginnende Zählung auf der Hauptachse 2 stellt das jeweilige durchlaufend ermittelte Fußpunktmaß des ersten Punktes dar (29,01 m). Das zugehörige Lot (Abstandsmaß von der Hauptachse 2) ist mit 0,04 m angegeben. Analoges gilt für alle weiteren Punkte.

Die nachfolgende Tabelle fasst die Ergebnisse der Genauigkeitsuntersuchung der Groma zusammen. In der jeweiligen Zeile des einzelnen Abschnittes sind angegeben:

1. Der theoretische Erwartungswert gem. der Ermittlung auf Seite 3 letzter Absatz.
2. Die Größe des mittleren Fehlers einer Einzelmessung in diesem Abschnitt.
3. Die Größe des mittleren Fehlers des Mittels (**rote Linie**) in diesem Abschnitt .
4. Die Abweichungen vom Sollwert in der Reihenfolge kleinster Wert (*von*), größter Wert (*bis*) und die Differenz zwischen beiden Werten zur Verdeutlichung der Größe des Streubereiches.
5. Die Abweichung des Mittels aus allen elf Messungen (**rote Linie**) vom Sollwert.
6. In den Spalten 5 und 8 der Tabelle wurden die negativen Werte zur Verdeutlichung **rot** dargestellt.

Abschnitt/(Entf.)	Theoretischer Erwartungswert	Mittlerer Fehler e. Einzelmessung	Mittlerer Fehler des Mittels	Abw. v. Sollwert <i>von</i>	Abw. v. Sollwert <i>bis</i>	Diff. (m)	Abw. der Mittel vom Sollwert
1 (30 m)	± 0,065 m	±0,041 m	±0,012 m	-0,08 m	0,07 m	0,15	-0,02 m
2 (60 m)	± 0,130 m	±0,107 m	±0,032 m	-0,12 m	0,18 m	0,30	0,02 m
3 (100 m)	± 0,217 m	±0,089 m	±0,027 m	-0,23 m	0,12 m	0,35	-0,09 m
4 (200 m)	± 0,435 m	±0,351 m	±0,106 m	-0,59 m	0,60 m	1,19	0,01 m
5 (400 m)	± 0,870 m	±0,430 m	±0,130 m	0,12 m	1,37 m	1,25	0,63 m

Aus dieser Tabelle und aus den Anlagen 2 bis 6 ist zu entnehmen, dass mit zunehmender Entfernung vom Punkt P1 die mittleren Fehler der Einzelmessung, die mittleren

Fehler des Mittels, die Streuungsbereiche, in dem die Messergebnisse liegen, und damit die Abweichungen zum Sollwert immer größer werden.

Während sich die mittleren Fehler einer Einzelmessung und auch die des Mittels einigermaßen kontinuierlich mit zunehmender Entfernung vergrößern (mit Ausnahme der Werte in Abschnitt 3, welche etwas zu gering ausgefallen sind) ist jedoch die Zunahme insgesamt unverkennbar. Analoges gilt auch für die Streuungsbreite der Absolutwerte (Abweichungen vom Sollwert *von – bis* und der hieraus gebildeten *Differenz*). Mit einer Einschränkung gilt das auch für die Abweichungen der Mittel aus allen Beobachtungen zum Sollwert. Im Nahbereich (30 m) beträgt die Abweichung – **0,02** m. Im Bereich (60 m) ist sie dagegen mit **0,02** m (absolut betrachtet) etwas zu klein ausgefallen, denn im folgenden Bereich (100 m) liegt sie bereits bei – **0,09** m, was plausibel erscheint, um dann im Bereich (200 m) statt bei erwarteten 0,20 m – 0,30 m ganz unerwartet auf **0,01** m (einem besseren Wert als im Nahbereich bei 30 m und dem besten Wert aller Bereiche überhaupt!) zurückfällt, um dann im Bereich (400 m) ganz plötzlich aber doch realistisch auf **0,63** m hochzuschnellen. Der Grund für diesen unerwarteten Ausreißer könnte möglicherweise in einem zum Zeitpunkt dieser Messung gleichmäßiger wehenden Wind gesehen werden. Obwohl die Streuung der einzelnen Messungen im Bereich (200 m) recht beträchtlich ist, bewegen sich die ursprünglichen Einzelmessungen doch, vermutlich infolge geringerer oder gleichbleibender Windeinflüsse, in nahezu gleichem Abstand (mal links, mal rechts) von der Hauptachse mit der Folge, dass das Mittel fast (bis auf 0,01 m) dem Sollwert entspricht. **Zugleich zeigt uns das aber auch in aller Deutlichkeit, welchen Einfluss (ob im positiven oder im negativen Sinne) der Wind bei einer Groma- Messung zu bewirken in der Lage ist!**

Alles in Allem bleibt festzustellen, dass die erzielten Ergebnisse der mit der Groma durchgeführten Testmessungen etwa den theoretischen Erwartungswerten entsprechen. Entscheidende zusätzliche Einflussfaktoren für die Qualität einer Messung mit der Groma sind jedoch die auftretenden unkalkulierbaren Windeinflüsse und die Sichtverhältnisse während der Messung. Diese Einflüsse bewirken eine mehr oder weniger große Erhöhung der unregelmäßigen und zufälligen Fehler mit der Folge, dass hierdurch dann auch eine entsprechende Erhöhung des Erwartungswertes resultieren könnte.

Die von Grewe behauptete „größtmögliche Präzision“ der Groma konnte weder in der Theorie noch durch die Testmessungen bestätigt werden. Für den Nahbereich bis (30 m) kann die Genauigkeit in vielen Fällen als ausreichend angesehen werden. Zumindest dürften damit die Genauigkeitsanforderungen der damaligen Zeit erfüllt worden sein. Für größere Entfernungen (bis 100 m) und gute Bedingungen vorausgesetzt, könnte die Genauigkeit im Einzelfall auch noch ausgereicht haben. Über 100 m hinaus konnte die Groma selbstverständlich auch dann noch eingesetzt werden, wenn es nur um die *u n g e f ä h r e* Absteckung eines rechten Winkels ging. Für präzise Absteckungen in diesem Bereich war sie dagegen ungeeignet. Hierfür verbot sich aus den oben dargelegten Gründen jeder Einsatz!

Ideale Bedingungen, Windstille und gute Sicht, sind extrem selten. Nicht immer können notwendige Vermessungsarbeiten solange hinausgeschoben werden bis geeignete Bedingungen vorliegen. Deshalb müssen Vermessungen i. d. R. dann durchgeführt werden, wenn sie erforderlich sind, also auch bei schlechteren Bedingungen. So war es auch am 02.03.2011. Die Wetterprognose für diesen Tag versprach für die Testmessung geeignet zu sein. Es war kaltes aber trockenes Wetter. Leider war die Sicht vor Ort nicht so gut wie erhofft. Am Vormittag verhinderten immer wieder leichte Nebelschwaden die Sicht. Mit zunehmender Sonnenhöhe nahmen die Nebelschwaden zwar ab, trotzdem blieb den ganzen Tag über ein leichter Dunst, der keine Sichtweite bis 800 m zuließ. Außerdem wehte den ganzen Tag über mehr oder weniger heftiger Wind. Die schädlichen Windeinfluss auf die Lote der Groma konnten dank der Hilfe von Herrn Heinrich Mehrholz mittels einer etwa einen Meter hohen Plane, die U-förmig im Abstand von ca. 1 m um die Groma gespannt wurde, etwas reduziert werden. Kurzfristige Böen bewirkten trotzdem immer wieder ein leichtes Verdrehen der eingestellten Ausgangsrichtung. Die Einstellung der Ausgangsrichtung musste daher permanent überprüft werden. Eigentlich wäre ein zusätzlicher Beobachter notwendig gewesen, der während der gesamten Absteckungsarbeiten nur die Überwachung der Einstellung auf die Ausgangsrichtung vorgenommen hätte und – sofern durch eine unverhoffte Bö eine leichte Verdrehung erfolgte – diese sofort wieder korrigiert hätte. Die sich im Laufe des Tages in unterschiedlicher Weise verändernden Lichtverhältnisse wirkten sich ebenfalls störend auf die Anziel- und Absteckungsarbeiten aus. Dabei war es ein normaler Tag mit durchaus normalem (und weil auch ab Mittag die Sonne schien) eher schönem Wetter. Für die Testmessung waren dagegen die Lichtverhältnisse, insbesondere aber die unkalkulierbaren Windverhältnisse alles andere als optimal. Trotzdem waren das normale Verhältnisse, die es auch zur Römerzeit gab. Aufgrund etwa dreißigjähriger praktischer Erfahrungen im vermessungstechnischen Außendienst sehe ich die Wetterbedingungen am 02.03.2011 als durchaus repräsentativ für einen normalen Außendiensttag an. Damit können dann auch die Ergebnisse der Groma-Messungen als repräsentativ für einen normalen Tag zur Römerzeit unterstellt werden.

* Der Satz des Pythagoras (geb. 580 v. Chr.) lautet:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

In Worten: Im rechtwinkligen Dreieck ist die Flächensumme der beiden Kathetenquadrate a und b gleich der Fläche des Hypotenusenquadrates c.

Die Relationen, in ganzen Zahlen, zur Absteckung eines rechten Winkels lauten 3:4:5 = 12:16:20 = 18:24:30 usw.

Im folgenden praktischen Beispiel sollen sie lauten: 3000:4000:5000 denn $3000^2 + 4000^2 = 5000^2$

Für diejenigen, ob sie nun den Satz des Pythagoras kennen oder nicht, und die hiermit trotzdem nichts anfangen können, will ich nachfolgend die praktische Vorgehensweise beschreiben, wie dieser Satz großflächig unter Anwendung ganzer Zahlen zur präzisen Absteckung des rechten Winkels von den Römern anzuwenden war.

Stellen wir uns einen sonnigen Frühlingstag mit guter Sicht und wenig Wind vor. Weiterhin soll eine ähnliche Situation vorliegen, wie sie in der Anlage 1 dargestellt ist. Die Groma ist über dem Ausgangspunkt P1 aufgebaut, und die erste Groma-Achse (GA1) ist so gut wie möglich auf die Basis P1 – P2 ausgerichtet. Dann zeigt die zweite Groma-Achse (GA2) vom Ausgangspunkt P1 die ungefähre Richtung des rechten Winkels zur Ausgangsbasis an. Um aus diesem ungefähren rechten Winkel einen exakten rechten Winkel zu machen, musste zunächst in Richtung der Achse (GA2), der ersten Kathete, eine möglichst präzise Streckenmessung von z. B. 3000 Fuß erfolgen, und der Endpunkt dieser Strecke war mit der Fluchtstange F1 zu signalisieren. Anschließend musste vom Ausgangspunkt P1 aus auf der Ausgangsbasis die Länge der zweiten Kathete (in Richtung P2) durch eine weitere möglichst präzise Streckenmessung von 4000 Fuß gemessen und deren Endpunkt dann mit der Fluchtstange F2 ebenfalls signalisiert werden. Hierbei war wichtig, dass F2 in der exakten Flucht von P1 – P2 lag. Danach war von F2 beginnend die hierzu gehörende Hypotenusenlänge von 5000 Fuß mit gleicher Genauigkeit wie bei den beiden Kathetenmessungen in Richtung auf F1 zu messen und, sofern das Maß von 5000 Fuß nicht genau mit F1 übereinstimmte, mussten die 5000 Fuß mit der Fluchtstange F3 derart abgesteckt werden, dass dies zugleich unter bestmöglicher Beibehaltung des Abstandsmaßes von 3000 Fuß von F3 zum Ausgangspunkt P1 geschah. Die Strecke P1 – F3 war auf jeden Fall nachzumessen und, falls erforderlich, unter bestmöglicher Beibehaltung der 5000 Fuß von F2 aus, erneut auf präzise 3000 Fuß abzustecken und mit F3 zu signalisieren. Danach war die Strecke F2 – F3 nachzumessen und, falls notwendig, nun unter bestmöglicher Beibehaltung der 3000 Fuß von P1 aus ebenfalls auf 5000 Fuß zu korrigieren. Diese wechselseitige Vorgehensweise zwischen der ersten Kathete (P1 – F3) und der Hypotenuse (F2 – F3) musste so lange wiederholt werden, bis eine ausreichende Genauigkeit erreicht war. Bei sachgerechter Handhabung dürften nach zweimaliger Durchführung die dann noch verbliebenen Abwei-

chungen nur noch gering gewesen sein. Der exakte rechte Winkel zur Ausgangsbasis war dann erreicht, wenn die Fluchtstange F3 sowohl im präzisen Abstand von 3000 Fuß von P1 als auch von 5000 Fuß von F2 stand, weil genau dann nach dem Satz des Pythagoras mit den Werten $3000^2 + 4000^2 = 5000^2$ die strenge Rechtwinkligkeit gewährleistet ist.

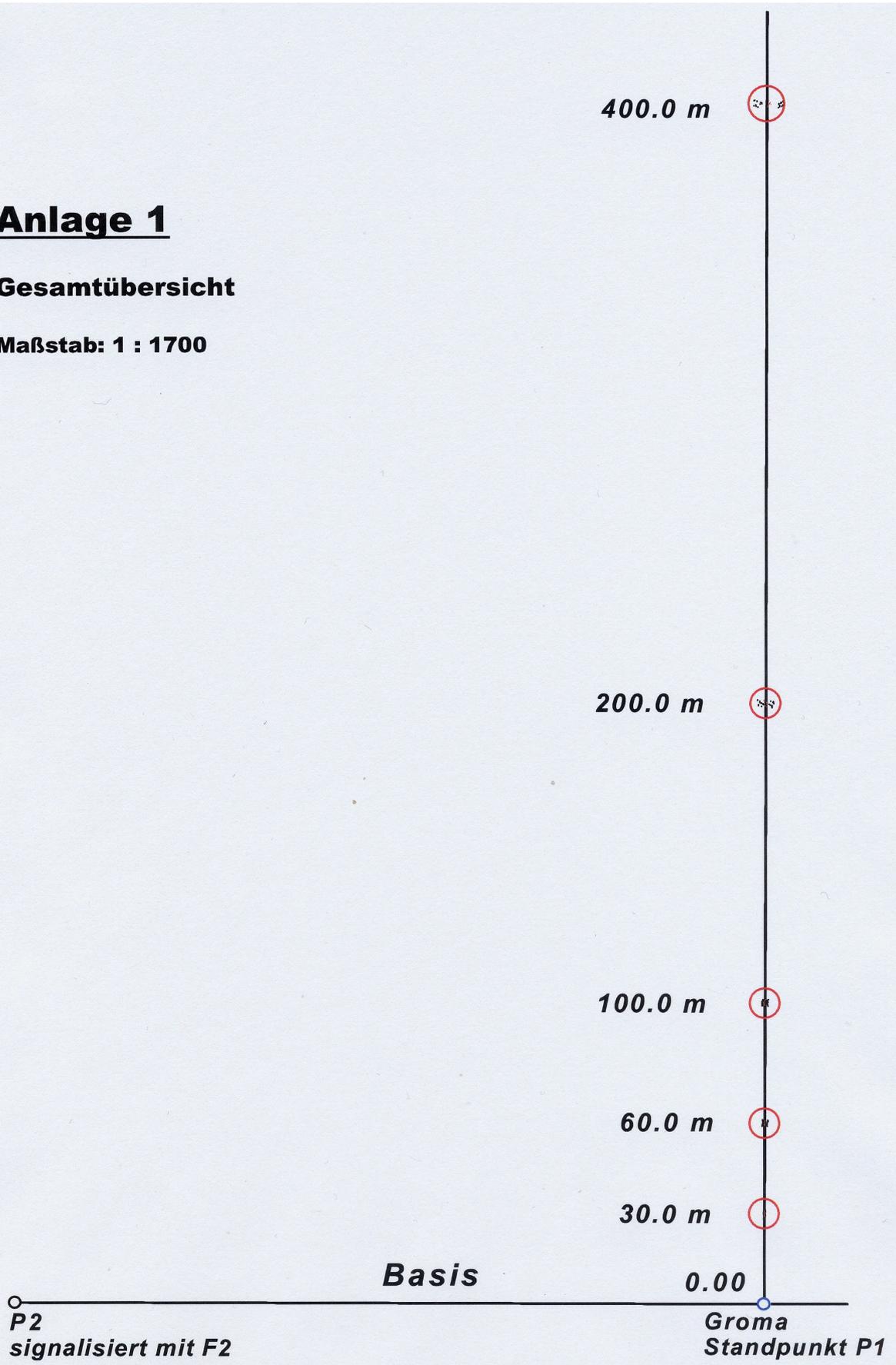
Nachdem auf diese Weise der exakte rechte Winkel abgesteckt war, konnten anschließend zu diesem exakt rechtwinkligen Rahmen beliebige Parallelen abgesteckt bzw. weitere Punkte dazwischen gefluchtet werden ohne damit, wie beim Einsatz der Groma, einen spürbaren Genauigkeitsverlust befürchten zu müssen!

Die bisherige immer wieder abgebildete Darstellung, wie die Römer mit der Groma angeblich auch weitflächig rechte Winkel abgesteckt haben, ist deshalb unsinnig, weil diese Darstellungsweise einen erheblichen Mangel an vermessungstechnischem Sachverstand offenbart.

Anlage 1

Gesamtübersicht

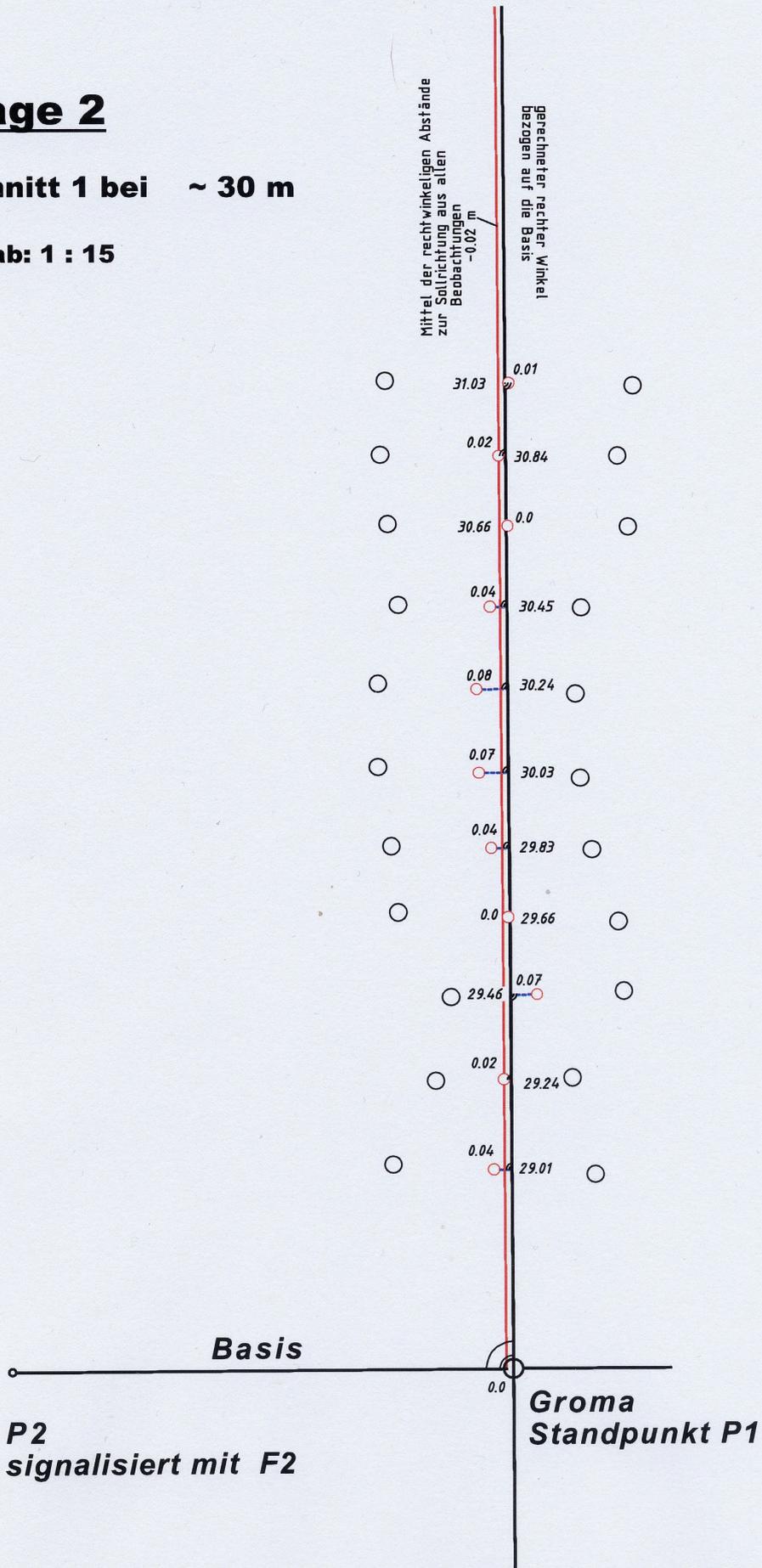
Maßstab: 1 : 1700



Anlage 2

Abschnitt 1 bei ~ 30 m

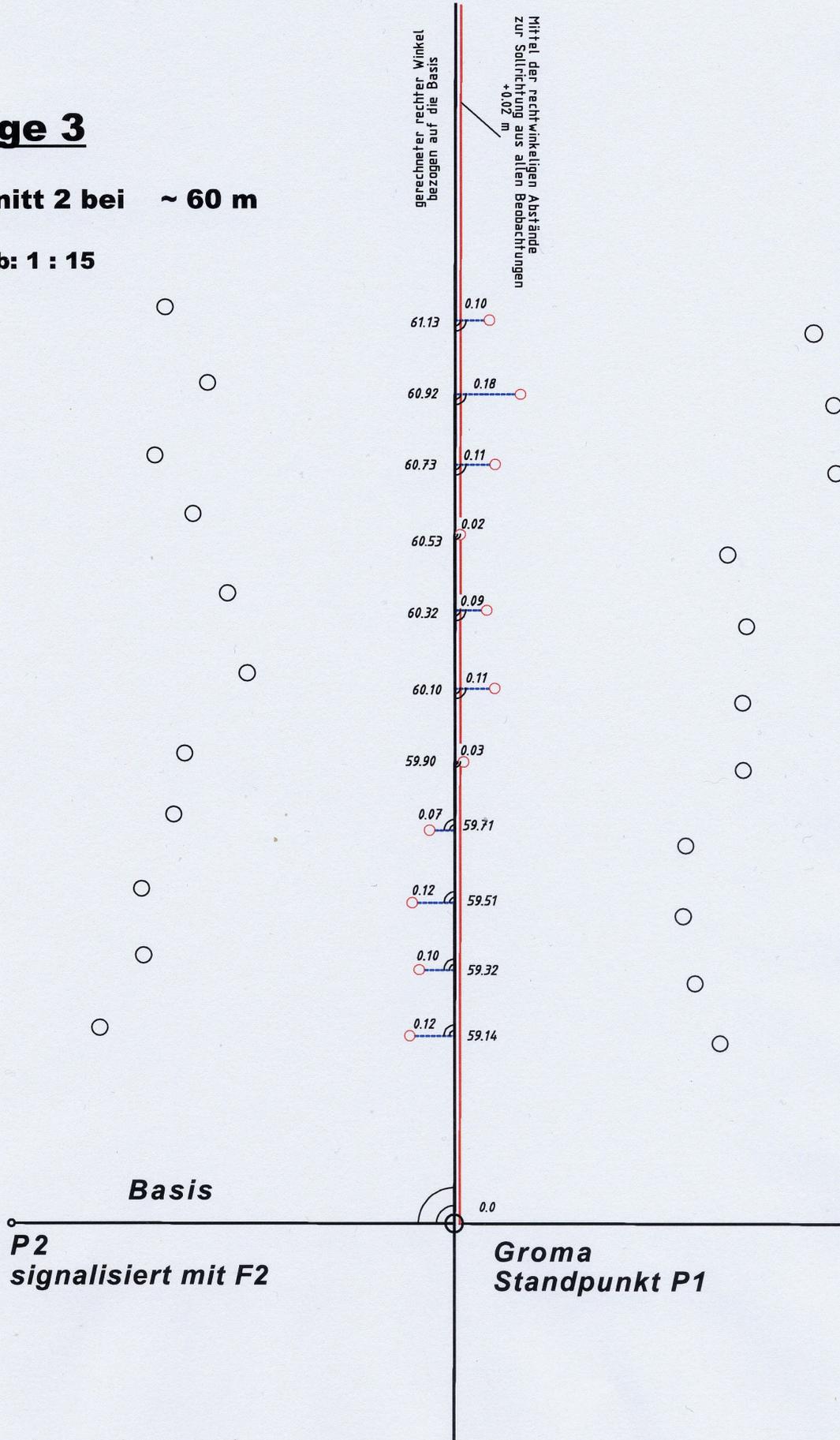
Maßstab: 1 : 15



Anlage 3

Abschnitt 2 bei ~ 60 m

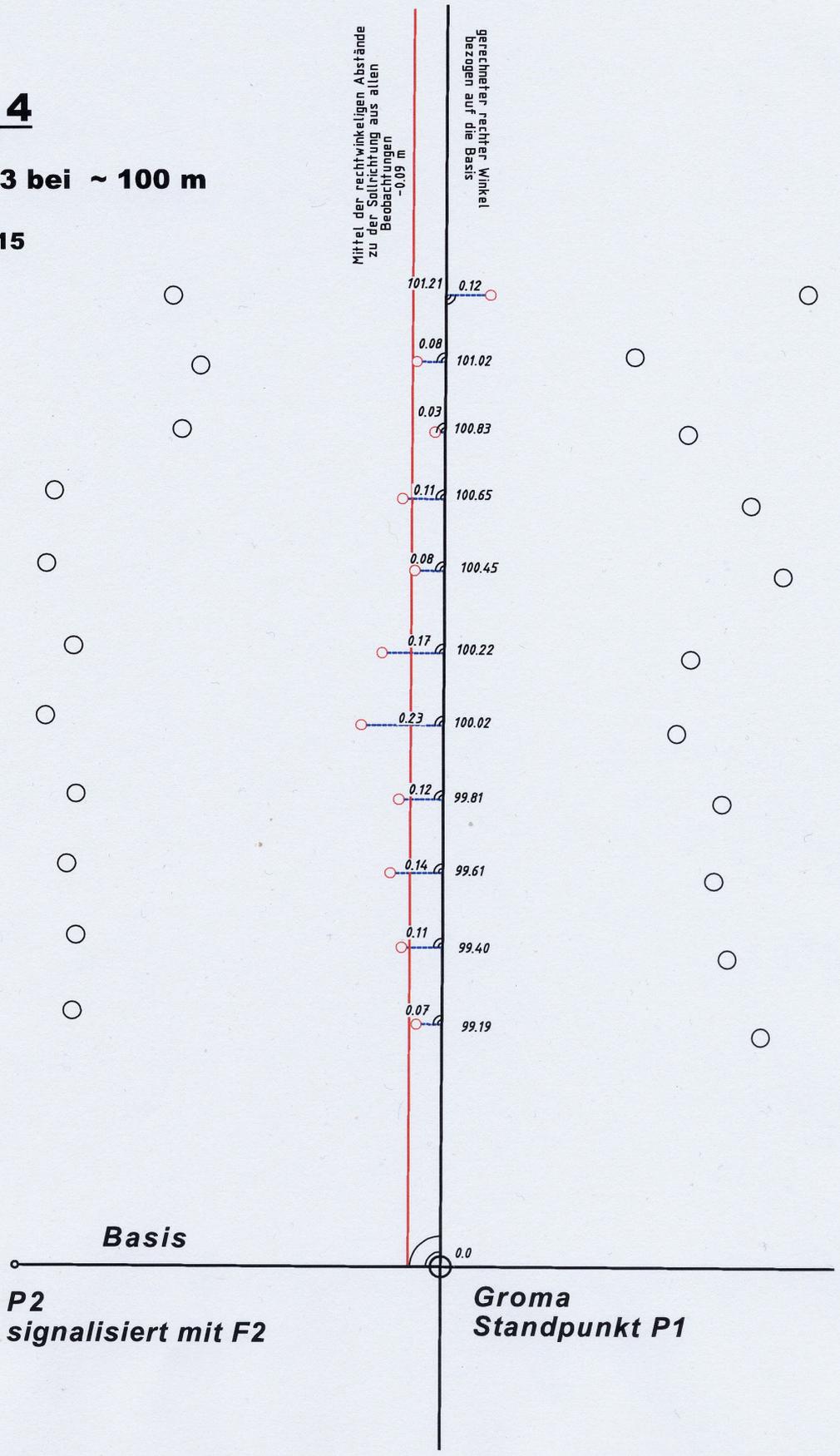
Maßstab: 1 : 15



Anlage 4

Abschnitt 3 bei ~ 100 m

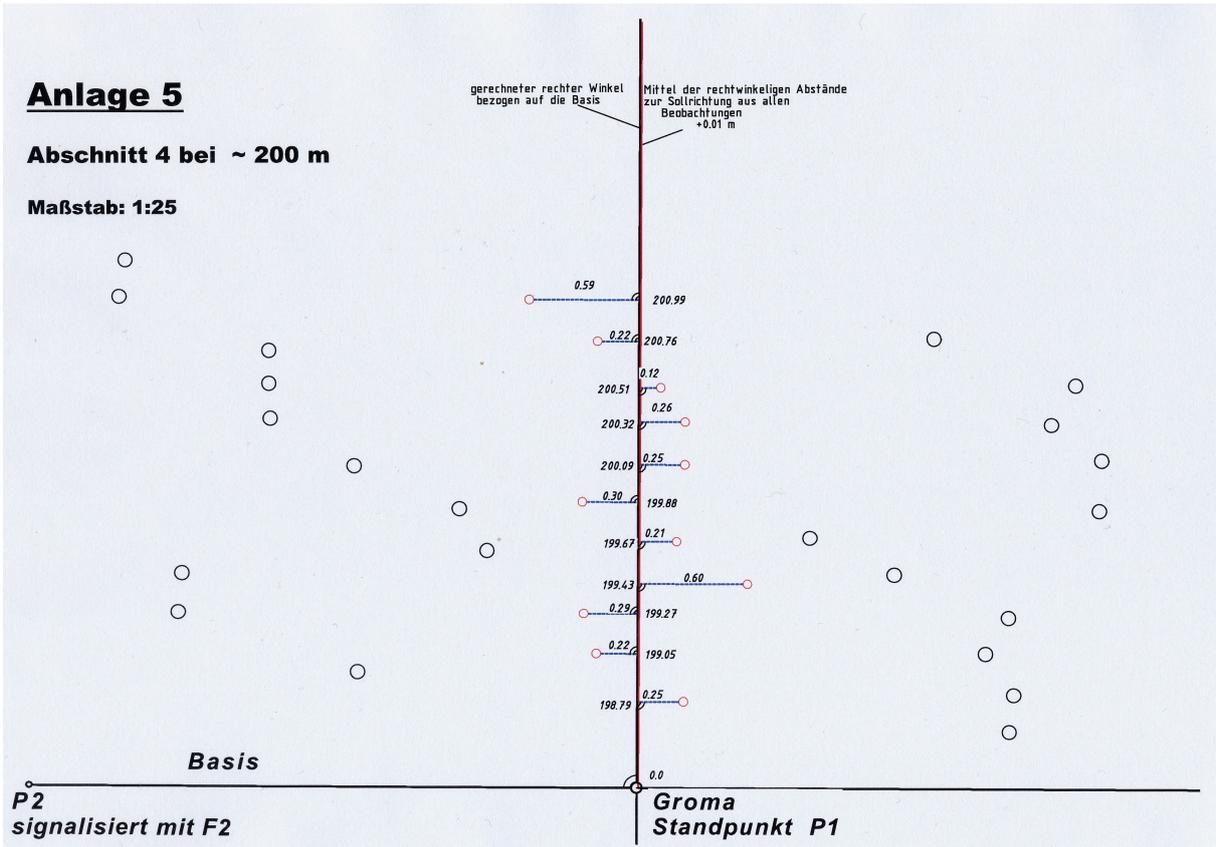
Maßstab: 1:15



Anlage 5

Abschnitt 4 bei ~ 200 m

Maßstab: 1:25



Anlage 6

Abschnitt 5 bei ~ 400 m

Maßstab: 1:50

